Virkningsgrad ved padling

Formål

I tidligere afsnit i medlemsmappen er der udført beregninger over den effekt, som er nødvendig til at drive båden frem ved forskellige hastigheder. Besætningen skal imidlertid præstere en noget større effekt, idet der finder nogle tab sted ved padleprocessen. Disse tab kan opdeles på følgende måde:

Tab ved hvirveldannelse på grund af padlernes bevægelse gennem vandet.

1. Tab på grund af luftmodstand ved padlernes returbevægelse gennem luften.
2. Tab i forbindelse med løftning, sænkning og acceleration af padlerne.

Vi vil i de følgende afsnit analysere disse tab.

Sammenfatning og konklusion

Der er opstillet et par regnemodeller til bestemmelse af det hydrodynamiske tab ved padleprocessen. I disse modeller er det forudsat, at padlernes bevægelse gennem vandet kan regnes som værende stationær. I appendiks 1 vises det dog, at denne forudsætning ikke er opfyldt. Den ene af modellerne gælder for en intermittent padleproces og giver foruden en vurdering af den hydrodynamiske virkningsgrad også oplysning om sammenhænge mellem padletagenes længde og kadencen. Den hydrodynamiske virkningsgrad vokser når padlernes areal øges, men det viser sig, at denne ændring er forholdsvis langsom. Det vises, at luftmodstanden under padlernes returslag ikke har nogen væsentlig indflydelse på virkningsgraden. Der er opstillet et udtryk for de mekaniske tab, som er forbundet med at hæve padlerne og accelerere dem. Der er på indeværende tidspunkt ikke udført nogen numeriske eksperimenter med de beskrevne modeller.

1. Analyse af hydrodynamisk tab, stationær model

Dette tab skyldes, at padlerne foretager en bevægelse gennem vandet. For at opstille en passende enkel model er det nødvendigt at foretage nogle forudsætninger:

1. Padlernes bevægelse gennem vandet påvirker ikke strømningsforholdene for båden.
2. Bådens bevægelse gennem vandet påvirker ikke strømningsforholdene for padlerne.
3. Strømningsforholdene for den enkelte padle er upåvirket af de strømninger, som de øvrige padler forårsager.
4. Padlernes bevægelse gennem vandet regnes for stationær. Der korrigeres senere for, at bevægelsen er periodisk

Ideen til de følgende udledninger stammer fra Poul Andersen, ISH. Vi betragter nu forholdene fra et koordinatsystem, som er fast i forhold til det vand, som båden sejler igennem, se fig. 1. Bådens hastighed betegnes med u_b. Der er kun vist en padle, og dens hastighed betegnes med u_p. For at præstere den kraft, som kræves til bådens fremdrift må padlen udøve en lige så stor og modsat rettet kraft mod vandet. Dette kan kun lade sig gøre, når padlen bevæger sig bagud i forhold til vandet således som vist på figur 1.

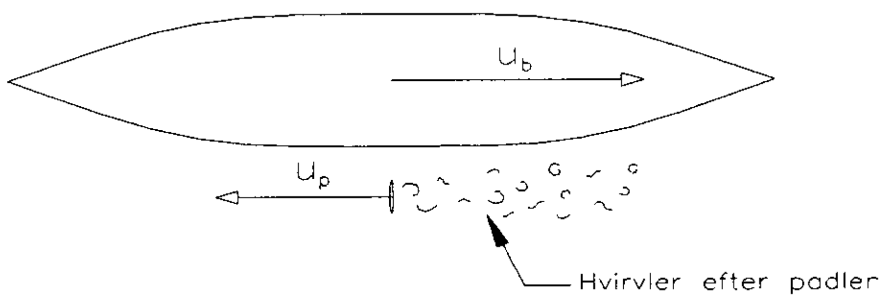


Fig. 1 Definitionsskitse

Der regnes således ikke med, at padlen trækkes op af vandet og det antages at hele bådens rejse gennemføres med et enkelt padletag. Dette er naturligvis ikke realistisk.

Den kraft, som kræves for at bevæge båden med en given hastighed, er beskrevet i afsnit 2.5.1 i medlemsmappen og kan skrives på formen:

$$R_b = C_b \cdot S_b \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_b^2 \qquad (1)$$

R_b	Bådens modstand	[Newton]
C_b	Bådens modstandskoefficient	[Dimensionsløs]
S_b	Areal af våd overflade	[m^2]
ρ	Massefylde	[kg/m^3]
u_b	Bådens hastighed	[m/s]

Af hensyn til overskueligheden i de følgende udledninger er notationen lidt anderledes end tidligere. Som omtalt i medlemsmappen afsnit 2.5.1 er C_b en funktion af Reynolds tal og Froudes tal og dermed af bådens hastighed. Ligning (1) er således en almengyldig måde at skrive modstanden på.

For padlernes vedkommende kan man på analog måde skrive sammenhængen mellem hastighed og kraft således:

$$R_p = C_p \cdot S_p \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_p^2 \qquad (2)$$

R_p	Summen af kræfter på padler	[Newton]
C_p	Koefficient for disse kræfter	[Dimensionsløs]
S_p	Neddyppet areal af samtlige padler	[m^2]
u_p	Padlernes hastighed	[m/s]

På samme måde som for C_b gælder det også, at C_p afhænger af Reynolds tal og af Froudes tal.

De to kræfter R_b og R_p er lige store og man får følgende sammenhæng mellem bådens og padlernes hastigheder:

$$C_b \cdot S_b \cdot u_b^2 = C_p \cdot S_p \cdot u_p^2 \qquad (3)$$

Den effekt P_b, som kræves til fartøjets fremdrift, er som beskrevet i medlemsmappen, afsnit 2.5.1:

$$P_b = R_b \cdot u_b \qquad (4)$$

På samme måde kan man for padlens vedkommende udregne en effekt, som er:

$$P_p = R_p \cdot u_p \qquad (5)$$

Denne effekt går til at frembringe hvirvler efter padlen således som det er vist i figur 1.

Vi vil nu betragte forholdene set fra et koordinatsystem, som følger båden. Besætningen vil således opfatte at padlerne bevæges med en hastighed, som er $u_b + u_p$ i forhold til båden. Den effekt, som besætningen skal præstere, bliver:

$$P_{præsteret} = R_p \cdot (u_b + u_p) \qquad (6)$$

Denne præsterede effekt er, som man ser, summen af den effekt (4), som går til bådens fremdrift samt effekten (5), der omsættes til hvirvler efter padlen. Sidstnævnte effekt er derfor at betragte som et tab ved padleprocessen.

Den hydrodynamiske virkningsgrad η_h defineres som forholdet mellem den nyttiggjorte effekte (4) og den præsterede effekt (6). Idet R_b og R_p er lige store, kan denne virkningsgrad skrives:

$$\eta_h = \frac{u_b}{u_b + u_p} \qquad (7)$$

Fra (3) kan man finde forholdet mellem de to hastigheder, og ved indsætning af dette får man følgende udtryk for virkningsgraden:

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \sqrt{\dfrac{C_b \cdot S_b}{C_p \cdot S_p}}} \qquad (8)$$

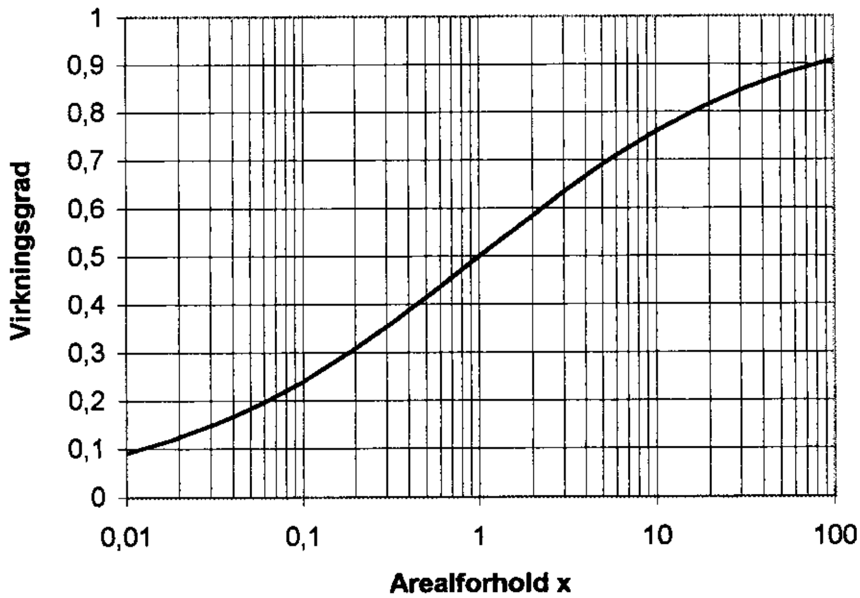
Vi indfører en forkortelse, som betegnes padlernes arealfaktor og som defineres således:

$$x = \frac{C_p \cdot S_p}{C_b \cdot S_b} \qquad (9)$$

Herved kan (8) skrives:

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \sqrt{\dfrac{1}{x}}} \qquad (8a)$$

I nedenstående figur er (8a) vist som graf.



Figur 2. Virkningsgrad som funktion af padlernes arealforhold

Man kan få en fysisk forståelse af denne sammenhæng ved en enkel betragtning. Som omtalt kræves der en bestemt kraft for at drive båden frem med en given hastighed. Denne kraft fremkommer ved, at padlerne presses agterefter mod vandet Men padlerne kan kun udøve denne kraft, idet de bevæger sig bagud i forhold til det vand, som båden sejler igennem. Desto mindre arealet af padlerne er, desto hurtigere skal padlen bevæges agterud for at give den omtalte kraft. Den effekt, som besætningen skal præstere, bliver således større, og virkningsgraden vil derfor aftage, når padlernes areal bliver mindre.

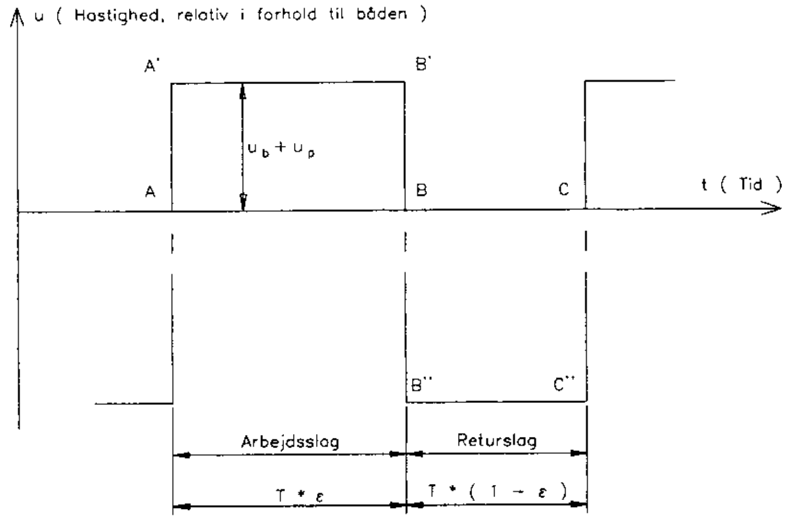
Det fremgår af fig. 2, at den hydrodynamiske virkningsgrad antager værdien 0,5, når C_p*S_p og C_b*S_b er lige store. Når dette er tilfældet, ser man af ligningerne (2) og (3), at u_b og u_p bliver lige store. Besætningen skal da bevæge padlerne med en hastighed, der set i forhold til båden bliver det dobbelte af dennes hastighed. Den præsterede effekt bliver da dobbelt så stor som den nyttiggjorte og virkningsgraden bliver i dette tilfælde 0,5 således som det fremgår af fig. 2.

Den opstillede sammenhæng viser også, at virkningsgraden kun vokser ret langsomt, hvis padlernes areal forøges. Lad os antage, at forholdene netop er afpassede således, at den hydrodynamiske virkningsgrad er 0,5. Såfremt man fordobler padlernes areal (under forudsætning af uændret koefficient), ser man af figuren, at herved kun øger virkningsgraden til 0,59. Man ser også, at det vil være meget vanskeligt at opnå en virkningsgrad i nærheden af 1, idet arealforholdet da skal vokse uforholdsmæssigt meget

2. Hydrodynamisk virkningsgrad ved intermittent padling

2.1 Beskrivelse af regnemodellen

Vi vil i dette afsnit opgive forudsætningen om, at padlens bevægelse gennem vandet er stationær. Det er her hensigtsmæssigt at indføre et begreb, som kaldes padlingens kinematik. Ved dette begreb forstår man padlens bevægelse som funktion af tiden. Vi vil i det følgende benytte en simpel kinematisk model, som er illustreret i figur 3.



Figur 3. Kinematisk model for padling.

Padlingen betragtes nu som en periodisk eller intermittent proces, hvor det enkelte tag deles op i et arbejdsslag, hvor padlen føres agterud med en konstant hastighed og med konstant neddyppet del af bladet. Herefter løftes padlen momentant op af vandet og føres i returslaget med en konstant hastighed fremefter gennem luften for derpå atter momentant at blive sænket ned i vandet til det næste tag. Bådens hastighed vil øges under arbejdsslaget og atter aftage i løbet af returslaget. Det kan lade sig gøre at vurdere, hvor store hastighedsændringerne er i forhold til middelhastigheden. Men vi antager foreløbigt bådens hastighed som værende konstant. I det følgende bliver der brug for nogle nye symboler, som er gengivet i nedenstående tabel:

T	Tid for et padletag	[s]
n	Frekvens eller kadence = $1/T$	[s^{-1}]
ε	Intermittensfaktor	[Dimensionsløs]
L	Længde af et padletag	[m]

Størrelsen ε er en intermittensfaktor, som angiver den brøkdel, som arbejdstaget udgør af det samlede padletag, således som det fremgår af figur 3.

Vi betragter nu forholdene i et tidsinterval T, som det tager at gennemføre et padletag. Til bådens fremdrift kræves der et arbejde, som findes ved at multiplicere (4) med T:

$$A_b = R_b \cdot u_b \cdot T \qquad (9)$$

For padlens arbejdsslag kan man på samme måde udregne det arbejde, som padleren skal præstere:

$$A_{præsteret} = R_p \cdot (u_b + u_p) \cdot T \cdot \varepsilon \qquad (10)$$

I forrige afsnit udnyttede vi en kraftligevægt, som udtrykker, at fremdrivningsmodstanden R_b skulle være lig kraften på padlen R_p. Dette gælder stadig, under forudsætning af, at der er tale om padlekraftens middelværdi over tidsintervallet T. Da padlen kun er aktiv i tidsintervallet $T \cdot \varepsilon$ skal padlekraften i dette tidsinterval være $1/\varepsilon$ gange så stor som middelværdien. Det forudsættes, at man kan se bort fra luftmodstanden under padlernes returslag, og man får

$$R_p = \frac{R_b}{\varepsilon} \qquad (11)$$

Beregningen af virkningsgraden forløber herefter analogt med det, som er beskrevet i forrige afsnit, og man kommer herved frem til samme udtryk som (8a), men man får en anden arealfaktor, som bliver:

$$x = \frac{C_p \cdot S_p}{C_b \cdot S_b} \cdot \varepsilon \qquad (12)$$

Vi er hermed nået frem til følgende resultat:

Den hydrodynamiske virkningsgrad for intermittent padling beregnes som om der var tale om en stationær proces, blot skal padlernes areal reduceres med intermittensfaktoren.

2.2 Beregning af padlefrekvensen eller kadencen

Den model, som er beskrevet i forrige afsnit, giver mulighed for at beregne padlefrekvensen. Padlens hastighed beskrevet i et koordinatsystem, som følger med båden, har under arbejdsslaget størrelsen u_b+u_p repræsenteret ved liniestykket A' - B' i figur 3. (Hastigheden regnes positiv, når padlen bevæges agterefter). Idet padletagets længde er L, gælder der følgende sammenhæng:

$$L = (u_b + u_p) \cdot T \cdot \varepsilon \qquad (13)$$

Arealet af rektanglet A - A' - B' -B er således lig længden af padletaget. Under returslaget gælder det på samme måde, at arealet af rektanglet B - B'' - C'' - C også er lig padletagets længde.

Ligning (13) kan løses med hensyn til T, som er tiden for et enkelt padletag. I stedet for vil vi i det følgende benytte padlefrekvensen eller kadencen, som er den reciprokke værdi at denne størrelse. Ved at kombinere med udtrykket (7) for den hydrodynamiske virkningsgrad når man frem til følgende udtryk for frekvensen:

$$n = \frac{u_b}{L} \cdot \frac{\varepsilon}{\eta_h} \tag{14}$$

Størrelsen u_b/L er en teoretisk padlefrekvens, som ville være gældende, hvis både virkningsgraden og intermittensfaktoren var lig med 1. Ved en vurdering af (13) skal man være opmærksom på, at η_h afhænger af intermittensfaktoren.

2.3. Luftmodstand under returslaget.

I forrige blev det forudsat, at man kan se bort fra luftmodstanden, som påvirker padlerne under returslaget. Under antagelse af den ovenfor beskrevne kinematiske model kan man beregne padlernes hastighed under returslaget. Luftmodstanden kan beskrives på samme måde som den hydrodynamiske modstand, se ligning (2), men man skal naturligvis benytte luftens massefylde. Herved er det muligt at beregne virkningsgraden, når luftmodstanden tages i betragtning. Vi vil dog nøjes med at vurdere størrelsesordenen for luftmodstandens indflydelse på virkningsgraden.

Med henblik på at foretage denne vurdering vi antage, at intermittensfaktoren er 0,5 samt at padlernes arealfaktor er 0,5 (Se ligning (12)). Ved anvendelse af ligning (8a) finder man den hydrodynamiske virkningsgrad til 0,5. Indsætter man Ligningerne (1) og (2) i (11) kan padlernes hastighed under arbejdsslaget findes til:

$$u_p = u_b \cdot \sqrt{\frac{1}{\varepsilon}} = u_b \cdot \sqrt{2} \tag{15}$$

Dette er hastigheden i det koordinatsystem, som er fast i forhold til vandet. Set i forhold til det koordinatsystem, som følger båden, bliver hastigheden

$$u_p + u_b = u_b \cdot \left(1 + \sqrt{2}\right) \tag{16}$$

Idet intermittensfaktoren er sat til 0,5 bliver hastigheden under returslaget numerisk lige så stor, men modsat rettet. I det stillestående koordinatsystem bliver denne hastighed

$$u_b \cdot \left(2 + \sqrt{2}\ \right) \tag{17}$$

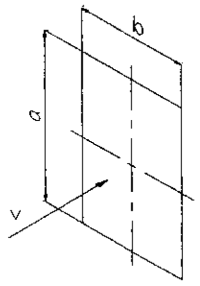
Luftmodstanden kan nu beregnes ved hjælp af et udtryk, som svarer til (2), men massefylden skal gælde for luft, og som hastighed benyttes (17). Vi kan nu finde forholdet mellem kraften på padlen under returslaget og arbejdsslaget:

$$\frac{R_r}{R_a} = \frac{\rho_l}{\rho} \cdot \frac{\left(2 + \sqrt{2}\right)^2}{2} \tag{18}$$

Idet massefylden for luft er ca. 800 gange mindre end for vand, ser man, at kraften under returslaget kun bliver 0,7% af kraften under arbejdsslaget. Der er derfor ingen grund til at medtage luftmodstanden i beregningen af virkningsgraden.

2.4 Betragtninger over padlernes modstandskoefficient C_p

I håndbøger om fluidmekanik kan man finde talværdier for modstandskoefficienten C_p for forskellige legemer. Således finder man i Eck (1966), p. 285, tabel 666 følgende værdier for rektangulære plader, hvor strømningen er rettet vinkelret mod denne:



a/b	C_p
1	2,10
2	1,15
4	1,19
10	1,29
18	1,40
infinite	2,01

Disse værdier gælder under forudsætning af, at strømningen er stationær og fuldt udviklet turbulent. De padler, som er fundet i forbindelse med Hjortspringbåden, er noget forskellige af udformning. Medlemsmappen afsnit 6.05.0 viser nogle eksempler, og man ser, at padlerne udmærker sig ved at have slanke blade. Det skønnes, at padlerne under den aktive del af hvert tag er neddyppet så meget, at forholdet a/b kan sættes til 3. Herved finder man koefficienten $C_p = 1,17$.

Gennemfører man en dimensionsanalyse, finder man, at padlernes modstandskoefficient C_p er en funktion af Reynolds tal *Re* og Froudes tal *Fr*. Idet padlernes sider er ret skarpkantede, vil strømningen separere ved disse kanter, og modstanden vil være uafhængig af Reynolds tal. Dette gælder naturligvis ikke for lave værdier af dette tal, hvor strømningen er laminar, men en sådan strømningsform vil næppe forekomme i praksis. Ved deres bevægelse gennem vandet genererer hver af padlerne et bølgesystem. Hertil kræves der energi, hvilket medfører en større værdi af modstandstallet i forhold til de ovenfor angivne værdier. Men Hjortspringbådens padler er ret smalle, hvilket bevirker, at dette tillæg til modstandskoefficienten bliver ganske ringe, og vi ser bort fra det i det følgende.

Når padlernes hastighed bliver stor, vil der opstå et luftfyldt hulrum efter padlen og dens effektivitet vil aftage. Det er endnu uafklaret, ved hvilken hastighed dette fænomen indtræder.

2.5 Flere padler efter hinanden

Under udledningen af virkningsgraden er det forudsat, at strømningen omkring det enkelte padleblad ikke påvirker de øvrige padlers funktion. Strømningsforholdene er ganske komplicerede, men vi kan få lidt indsigt i forholdene ved at betragte et par grænsetilfælde

Lad os først antage, at padletagene er meget lange, således at forholdene under arbejdsslaget er blevet stationære. Vi har da en række padler, som bevæger sig bagud i forhold til det vand, som båden sejler igennem. Kendere af cykelsport vil vide, at føreren i et felt præsterer et væsentligt større arbejde end de bagvedkørende, som ligger i læ af føreren. Overfører vi denne betragtning til padleprocessen, finder man det overraskende resultat, at den agterste padler skal yde mest. Forholdene svarer til den stationære model, som er beskrevet i afsnit 1.

Vi kan betragte et andet grænsetilfælde ved at forestille os, at hver enkelt padle foretager meget korte og samtidigt meget hurtige tag. Herved kan den enkelte padle opfattes som en slags påhængsmotor, som sender en stationær vandstrøm agterefter. Betragter man forholdene fra et koordinatsystem, som følger båden, vil vandet strømme imod den første med en hastighed, som er lig bådens hastighed. For den næstes vedkommende vil vandet strømme imod den med en noget større hastighed. Således ser man, at disse "påhængsmotorer" skal arbejde i vandstrømme med hastigheder, som øges agterefter. Såfremt de alle præsterer den samme effekt, vil den kraft som den enkelte yder, være størst for den første og derefter aftagende agterefter.

De virkelige forhold er mere komplicerede, idet hver padle accelererer "en klump vand" og sender den agterefter. Herefter afhænger det af, hvorledes de næste padler rammer ned i disse "vandklumper".

3. Tab i forbindelse med løftning og sænkning af padlerne

Under hvert padletag skal padlen løftes op fra vandet. Hertil medgår et arbejde A_{mek}, som bliver:

$$A_{mek} = m \cdot g \cdot h \qquad (19)$$

m	Masse af den enkelte padle	[kg]
g	Tyngdeaccelerationen	[m/s^2]
h	Højdeforskel	[m]

Effekten bliver:

$$P_{mek} = C_{mek} \cdot n \cdot i \cdot m \cdot g \cdot h \qquad (20)$$

C_{mek}	Koefficient	[1]
i	Antal padler	[1]
n	Antal tag per sekund	[s^{-1}]

Der medgår også et arbejde til acceleration af padlerne både i lodret og vandret retning. Dette kan man tage hensyn til ved at tildele koefficienten C_{mek} en værdi, som er større end 1. Der er dog endnu ikke gennemført en vurdering af dette bidrag.

Litteratur

Eck, Bruno, 1966, *Technische Stromungslehre*, Springer 1966

Schlichting, Hermamm,1958 , *Grenzschichttheorie*, Verlag G. Braun 1958

Appendix 1

Instationær strømning omkring en padle

I teksten er det forudsat, at strømningen omkring padlerne er stationær når de er neddyppede i vandet. Under en virkelig padleproces accelererer padlen fra hastigheden nul til maksimalværdien u_p i forhold til det omgivende vand for senere atter at aftage til nul. Vi vil i det følgende opstille en simpel model, som kan give nogen oplysning om, hvad der sker, når en padle accelererer under påvirkning af en konstant kraft

Som regnemodel betragter vi en tynd og masseløs plade med arealet S_p, som er omgivet af en fluid med stor udstrækning i forhold til pladen. Til tiden t = 0 påtrykkes den en konstant kraft som virker vinkelret på pladen. Selv om pladen er masseløs, bliver dens acceleration ikke uendelig stor, idet en del af den omkringliggende fluid skal strømme omkring pladen og derfor accelereres. Fluidens hastighed til et bestemt tidspunkt er naturligvis ikke konstant i rummet omkring pladen. Dette tager man hensyn til ved at tildele pladen en såkaldt induceret masse. Ideen består i, at man betragter et fluidvolumen med den inducerede masse og lader det accelerere således, at det følger pladen. Størrelsen af denne masse er afpasset således, at man kan benytte Newtons anden lov til beregning af kraften på pladen. Man ser således fuldstændigt bort fra de viskose kræfter ved bevægelsens igangsætning. Denne forenkling er berettiget, idet disse kræfter ikke forekommer ved en strømnings igangsætning, men først etablerer sig gradvist, se Schlichting (1958). Vi ser foreløbig bort fra selve pladens masse og opskriver Newtons anden lov for dens bevægelse:

$$R_p = M_{ind} \cdot \frac{du_p}{dt} \tag{A1}$$

R_p	Kraft	[Newton]
M_{ind}	Induceret masse	[kg]
u_p	Padlens hastighed	[m/s]
t	Tid	[s]

Ved integration af (A1) fås, idet begyndelseshastigheden er sat til nul:

$$u_p(t) = \frac{R_p}{M_{ind}} \cdot t \tag{A2}$$

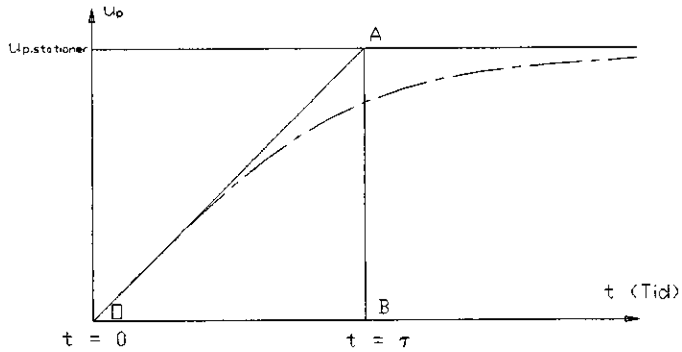


Fig. A1 Instationær bevægelse af en padle

Af figuren A1fremgår det, at hastigheden vokser som funktion af tiden således at C_p i begyndelsen følger en tangent bestemt ved (A1) og derpå asymptotisk nærmer sig en konstant værdi $C_{p,stationær}$, som kan beregnes af ligning (2) i hovedteksten. Forløbet herimellem kendes ikke, men den stiplede kurve antyder forløbet. Som et mål for, hvornår strømningen er blevet stationær, benyttes det tidspunkt τ, som bestemmes ved skæring mellem de to rette linier. Denne tid finder man til:

$$\tau = M_{ind} \cdot \sqrt{\frac{2}{C_p \cdot S_p \cdot \rho \cdot R_p}} \tag{A3}$$

Størrelsen τ kan opfattes som en tidskonstant, der udtrykker en størrelsesorden for den tid, som går, før strømningen er blevet stationær.

Man kan også finde et mål for, hvor langt pladen har bevæget sig, før strømningen er blevet stationær. Til det formål integrerer vi hastigheden med hensyn til tiden. Denne integration kan udtrykkes som arealet under hastighedskurven. Vi betragter den retliniede opvækst beskrevet ved (A2) og tiden gående fra nul til τ. Den længde, som padlen bevæger sig i dette tidsrum bliver lig arealet af trekanten, hvilket giver:

$$l_{inst} = \frac{M_{ind}}{C_p \cdot S_p \cdot \rho} \tag{A4}$$

Det er normalt ret omstændeligt at finde den inducerede masse for et legeme med en given geometri. Man kan dog finde denne masse for nogle simple geometriske former i lærebøger i fluidmekanik. Således angiver Milne-Thomson(), at den inducerede masse for en uendelig tynd cirkulær plade, som omstrømmes vinkelret på dens tværsnit, er lig $2/\pi$ gange den fluidmasse, som er indeholdt i en kugle med samme radius som pladen. Indsættes dette i (A4), får man

$$l_{inst} = \tfrac{8}{3} \cdot \pi^{3/2} \cdot \sqrt{S_p} \tag{A4a}$$

Dette udtryk kan opfattes som en målestok for, hvor langt padlen skal bevæge sig før strømningen er blevet stationær. Man bemærker, at under de givne forudsætninger afhænger denne instationære længde kun af padlens areal. Faktoren, som står foran kvadratrodstegnet, udregnes til 14,8 og gælder for en padle med et cirkulært blad. Såfremt bladet har en anden form, vil faktoren få en anden talværdi, der er vanskelig at beregne. Men formålet er jo blot at finde en størrelsesorden, og man kan derfor benytte det fundne udtryk til vurdering af de aktuelle padler. Bemærk, at det areal, som indgår i (A4a), er arealet af det enkelte padleblad. Sætter man dette til 0,06 m^2 finder man den instationære del af padletaget til:

$$l_{inst} = 14{,}8 \cdot \sqrt{0{,}06\left[m^2\right]} = 1{,}16m \tag{A4b}$$

Da padletagene i praksis er kortere end denne længde må vi drage følgende konklusion:

Strømningen omkring padlerne når aldrig at blive stationær.

Vi vil til slut undersøge, hvorledes koefficienten C_p varierer med tiden inden strømningen er blevet stationær. Til det formål indsættes udtrykket (A2) i ligning (2) i hovedteksten, hvilket giver:

$$C_p = 2 \cdot \frac{M_{ind}^2}{\rho \cdot R_p \cdot S_p} \cdot \frac{1}{t^2} \tag{A5}$$

Man ser, at koefficienten til en begyndelse antager en uendelig stor værdi, når kraften R_p påtrykkes til tiden t = nul. Derefter aftager den hurtigt indtil den antager den stationære værdi. Den uendeligt store værdi af koefficienten kan ikke realiseres i praksis, da man ikke kan påtrykke den konstante kraft i løbet af et uendeligt kort tidsinterval.

Vi vover at generalisere dette resultat, idet det påstås, at:

Koefficienten C_p til beregning af strømningskraften på et legene er størst inden strømningen er blevet stationær.

Den 15 juni 2000

N. P. Fenger